2. Funkcije

9.10. 2020.

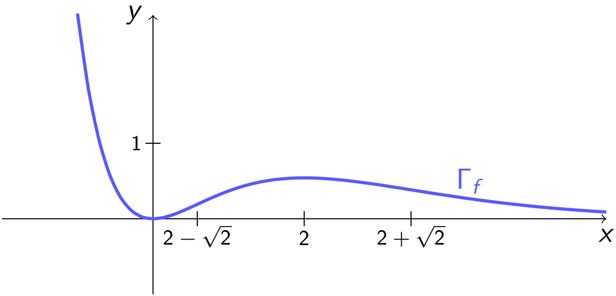
Fotografija: Sergey Pesterev

Što je funkcija?

Kad od matematičara čujete riječ “funkcija”, vjerojatno pomislite na formulu tipa

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

ili sliku tipa

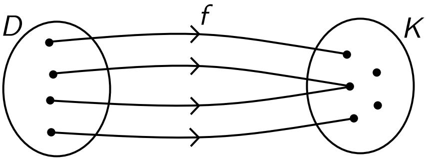


.

Definicija

Neka su:

- D i K skupovi
- f pravilo koje svakom $x \in D$ pridružuje neki $y \in K$.



Uređena trojka (D, K, f) zove se **funkcija**.

Oznaka:

$$f : D \to K$$

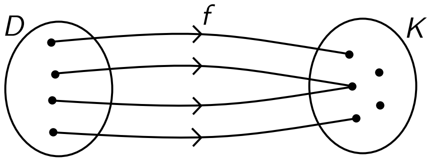
(čitamo "f sa D u K").

Skup D zovemo **domenom**, a skup K **kodomenom** funkcije f.

Definicija

Neka su:

- D i K skupovi
- f pravilo koje svakom $x \in D$ pridružuje neki $y \in K$.



Uređena trojka (D, K, f) zove se **funkcija**.

Oznaka:

$$f : D \to K$$

(čitamo "f sa D u K").

Skup D zovemo **domenom**, a skup K **kodomenom** funkcije f.

PR.: Definiramo funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ formulom

$$f(x) = x^2 e^{-x}.$$

Dogovor

Kad funkciju $f : D \to K$ zadamo samo formulom oblika

$$f(x) = \dots, \tag{1}$$

podrazumijevamo da je

- $K = \mathbb{R}$
- $D = \mathcal{D}_f :=$ skup svih $x \in \mathbb{R}$ za koje desna strana formule (1) ima smisla.

Skup $\mathcal{D}_f$ zove se **prirodna domena** ili **prirodno područje definicije** od f.

Dogovor

Kad funkciju $f : D \to K$ zadamo samo formulom oblika

$$f(x) = \dots, \tag{1}$$

podrazumijevamo da je

- $K = \mathbb{R}$
- $D = \mathcal{D}_f :=$ skup svih $x \in \mathbb{R}$ za koje desna strana formule (1) ima smisla.

Skup $\mathcal{D}_f$ zove se **prirodna domena** ili **prirodno područje definicije** od f.

PR.: $f(x) := \frac{1}{x}$

Dogovor

Kad funkciju $f : D \to K$ zadamo samo formulom oblika

$$f(x) = \dots, \tag{1}$$

podrazumijevamo da je

- $K = \mathbb{R}$
- $D = \mathcal{D}_f :=$ skup svih $x \in \mathbb{R}$ za koje desna strana formule (1) ima smisla.

Skup $\mathcal{D}_f$ zove se **prirodna domena** ili **prirodno područje definicije** od f.

PR.: $f(x) := \frac{1}{x}$

$$\rightsquigarrow \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Dogovor

Kad funkciju $f : D \to K$ zadamo samo formulom oblika

$$f(x) = \dots, \tag{1}$$

podrazumijevamo da je

- $K = \mathbb{R}$
- $D = \mathcal{D}_f :=$ skup svih $x \in \mathbb{R}$ za koje desna strana formule (1) ima smisla.

Skup $\mathcal{D}_f$ zove se **prirodna domena** ili **prirodno područje definicije** od f.

PR.: $f(x) := \frac{1}{x}$

$$\rightsquigarrow \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \rightsquigarrow \quad f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}.$$

Graf funkcije

Graf funkcije $f : D \to K$ je skup

$$\Gamma_f := \{(x, f(x)) : x \in D\} .$$

Graf funkcije

Graf funkcije $f : D \to K$ je skup

$$\Gamma_f := \{(x, f(x)) : x \in D\}.$$

U slučaju kad su $D, K \subseteq \mathbb{R}$, uređene parove $(x, f(x))$ identificiramo s točkama u xy-ravnini, pa Γ_f identificiramo s podskupom xy-ravnine.

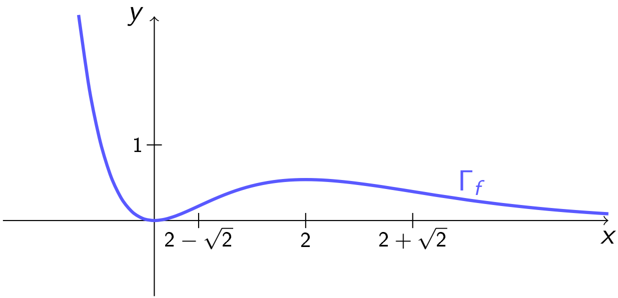
Graf funkcije

Graf funkcije $f : D \to K$ je skup

$$\Gamma_f := \{(x, f(x)) : x \in D\}.$$

U slučaju kad su $D, K \subseteq \mathbb{R}$, uređene parove $(x, f(x))$ identificiramo s točkama u xy-ravnini, pa Γ_f identificiramo s podskupom xy-ravnine.

PR.: Za funkciju $f(x) := x^2 e^{-x}$, Γ_f je skiciran na sljedećoj slici:

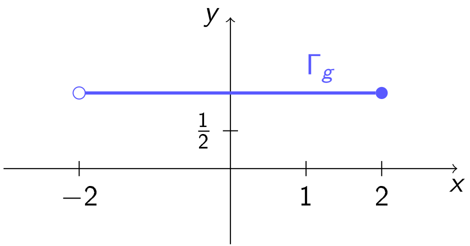


Primjer 1

Graf funkcije $g : \langle -2, 2] \to \mathbb{R}$,

$$g(x) := 1,$$

skiciran je na sljedećoj slici:

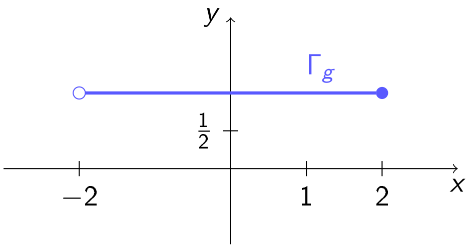


Primjer 1

Graf funkcije $g : \langle -2, 2] \to \mathbb{R}$,

$$g(x) := 1,$$

skiciran je na sljedećoj slici:



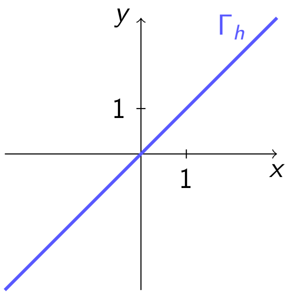
Funkcija g ima istu vrijednost u svim točkama svoje domene; takva se funkcija zove **konstantna funkcija**.

Primjer 2

Graf funkcije

$$h(x) := x$$

($\rightsquigarrow$ $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) skiciran je na sljedećoj slici:

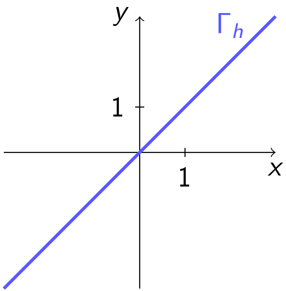


Primjer 2

Graf funkcije

$$h(x) := x$$

($\rightsquigarrow$ $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) skiciran je na sljedećoj slici:



Definicija. **Identiteta** na skupu S je funkcija $i : S \to S$ takva da je

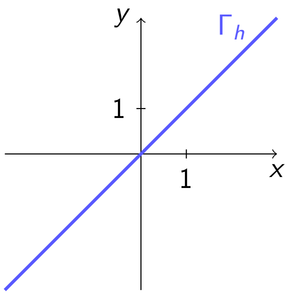
$$i(x) = x \qquad \text{za sve } x \in S.$$

Primjer 2

Graf funkcije

$$h(x) := x$$

($\rightsquigarrow \; h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) skiciran je na sljedećoj slici:



Definicija. **Identiteta** na skupu S je funkcija $i : S \to S$ takva da je

$$i(x) = x \qquad \text{za sve } x \in S.$$

$\rightsquigarrow$ h je identiteta na $\mathbb{R}$.